

Estimation du coût de chauffage du garage

Sylvain

Montréal, le 8 juin 2010

Table des matières

1	Description du problème	1
2	Approche	1
3	Données	1
4	Résultats et analyse	1
5	Conclusion	3
A	Code source, lad.py	4
B	Autres liens	5

1 Description du problème

- À l'automne 2009, le garage commun du 739 et du 737 avenue Outremont a été rénové. Au cours des travaux, un chauffage électrique y a été installé, et branché sur le circuit du 737.
- Pour la première fois depuis des années, le garage fut maintenu chauffé durant l'hiver 2009-2010, à des températures en tout temps supérieures au point de congélation.
- Il s'agit de la seule composante de chauffage électrique du 737, qui emploie pour le reste le gaz naturel. À l'inverse, le 739 n'utilise que l'électricité.
- On dispose des bilans énergétiques bimensuels des hivers 2008-2009 et 2009-2010 pour chaque appartement ; on cherche à y isoler le coût de chauffage de ce garage pour toute la saison hivernale.

2 Approche

À défaut d'avoir une mesure directe de la consommation électrique du garage, ce qui rendrait cet exercice superflu, on peut tenter une modélisation simple de la consommation en fonction de la température.

Dans la majorité des cas physiques courants (convection, conduction, etc.), la vitesse d'un transfert de chaleur en un point est directement proportionnelle à la variation spatiale en ce point du profil de température¹. En extrapolant, on pausera donc comme hypothèse que l'apport énergétique nécessaire à maintenir un appartement ou un garage à une température donnée est lui aussi directement proportionnel à la différence entre les températures intérieure et extérieure.

Ainsi, on pourra modéliser la consommation électrique totale comme une fonction linéaire de la différence de température entre dedans et dehors. On déterminera cette différence de température pour chaque intervalle bimensuel de consommation grâce aux statistiques d'environnement Canada².

1. $\dot{Q} \propto \|\vec{\nabla}T\|$

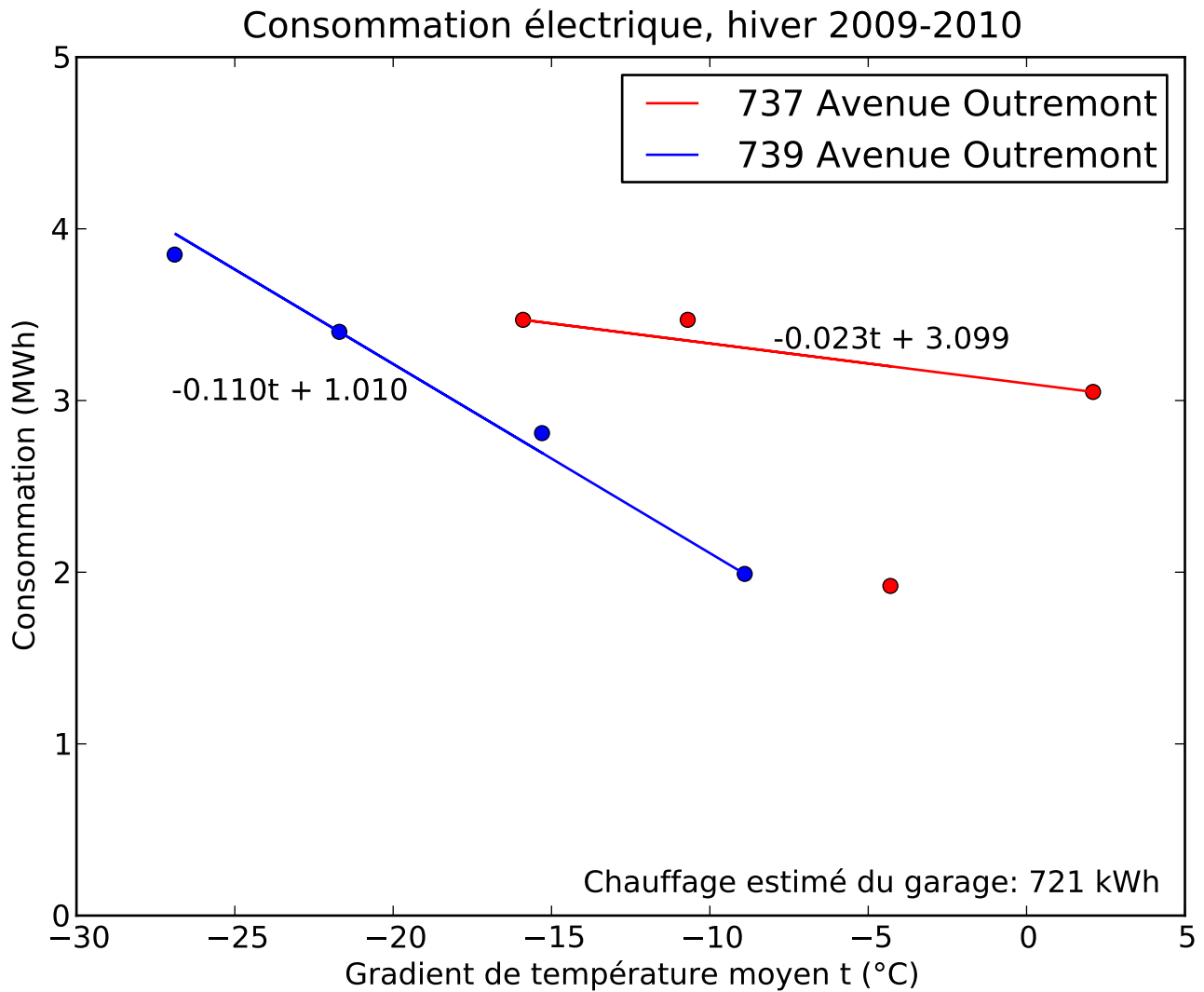
2. Statistiques de température pour Montréal, site d'Environnement Canada

3 Données

Plutôt qu'être reprises ici, les données utilisées sont directement disponibles sur un chiffrier en ligne³. Un résultat préliminaire de consommation est d'ailleurs calculé directement pas la feuille de calcul fournie.

4 Résultats et analyse

Sans plus attendre, voici donc le comportement des consommations électriques respectives du 739 avenue Outremont et du 737 durant le dernier hiver en fonction de la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur⁴ :



3. Lien aux données sur Google Docs

4. Le script donnant la méthode numérique d'interpolation couplée à la génération du graphique, `lad.py`, est annexé.

- Le modèle fonctionne très bien pour le 739 avenue Outremont (en bleu). L’interprétation “physique” de l’interpolation est très simple : essentiellement, on y consomme, par période de deux mois, 1 MWh pour les besoins “de base” et 110 kWh additionnel en chauffage pour chaque °C d’écart de température avec l’extérieur. Malgré le faible nombre de points, la relative solidité du modèle est confirmée par deux faits :
 1. La consommation pour les mois d’automne où ni le chauffage, ni la climatisation n’interviennent se rapproche effectivement de 500 kWh par mois.
 2. Les paramètres sont les mêmes à 2% près d’un hiver sur l’autre pour les deux dernières années, et il n’y a aucun point significativement loin du résultat interpolé sur seize mois de chauffage.
- Malheureusement, les résultats sont moins probants pour le 737 (en rouge). Sur le graphique précédent, même si il ne s’agit tout de même pas d’un cas où on essaie de faire correspondre un carré à une ligne, on constate tout de même par inspection visuelle qu’il est impossible de faire passer une droite de façon satisfaisante par les quatre points dont on dispose. Bien que l’interpolation *LAD*⁵ employée suggère en fait que la consommation d’octobre-novembre est aberrante (elle est en effet de plus de 40% inférieure à la seconde plus basse obtenue pour les seize mois d’hiver dont nous disposons, alors que toutes les autres présentent un écart type d’à peine 8% de la valeur moyenne de 3.2 MWh), nous ne pouvons pas, compte-tenu du faible nombre de points, l’exclure. Deux autres considérations contribuent à rendre cette interpolation fragile :
 1. Comme on devait s’y attendre, la part de consommation électrique dépendante de la température dans la consommation du 737 est minime, contrairement au 739 où plus des deux tiers de la consommation électrique durant l’hiver est attribuable au chauffage. En conséquence, il est plus aisé de perdre la corrélation sur la température à travers les variations de la consommation courante.
 2. Fabien rapporte que le thermostat du garage n’a pas été gardé à température fixe sur tout l’hiver, mais aurait plutôt oscillé de plusieurs degrés, ce qui présente une source d’erreur potentiellement significative.

5 Conclusion

Je vois trois façons de juger de la situation, qui nous donnent une fourchette d’estimation :

- **Optimiste** : l’interpolation *LAD* est la bonne, la variation du thermostat n’a pas d’impact important, et on a raison d’écarter la consommation d’octobre-novembre : on a donc consommé ≈ 720 kWh pour chauffer le garage cet hiver.
- **Pessimiste** : on a trop peu de points pour se permettre d’en rejeter, et il vaut donc mieux adopter une interpolation conservatrice, tel un critère des moindres carrés, qui présente en prime l’insigne avantage de gommer les erreurs de bruit : on a en conséquence dépensé pour ≈ 1400 kWh en chauffage dans ce garage.
- **Cynique** : on considère carrément que le modèle pour le 737 ne vaut pas un clou, et on fixe arbitrairement la consommation du garage à un quart de tout ce que le 739 aurait consommé si on l’avait gardé à 10°C tout l’hiver, soit ≈ 850 kWh.

Au tarif résidentiel non patrimonial de 7.46 ¢ par kWh, j’estime donc que le chauffage du garage pour la période s’échelonnant d’octobre 2009 à avril 2010 représente au total une dépense allant de 54 à 105 \$ CAD, ce qui représente entre 12 et 23 jours et demi de chauffe en continu⁶ sur les 160 jours de temps froids, soit 8 à 17 % du total consacré au chauffage électrique durant cette même période pour le 739 avenue Outremont, ou 6 à 12 % du total de la facture électrique du 737 avenue Outremont pour cet hiver.

■

5. Least Absolute Deviations, voir Wikipedia

6. Le chauffage développe 2.5 kW de puissance.

A Code source, lad.py

```
1 '''
2 Least absolute deviations (linear case)
3
4 Sylvain , 2010.
5
6 Reference: http://en.wikipedia.org/wiki/Least\_absolute\_deviations
7 '''
8 #-----
9 def lad(X, Y):
10     '''
11     Trivial (brute force) LAD implementation for the linear case.
12
13     Given a data set consisting of the points (x_i, y_i) for i in [1, n], We
14     want to find a function f(x) = a * x + b minimizing S, where:
15
16     S = sum(abs(y_i - f(x_i))), for i = 1, 2, ..., n.
17
18     It returns a 5-tuple: (l, m, a, b, S) where (x_l, y_l) and (x_m, y_m) are
19     the two perfect fits of the data set.
20
21     WARNING: This is O(n^2).
22     '''
23     def comb_n_2(n):
24         for i in xrange(n):
25             for j in xrange(i+1, n):
26                 yield i, j
27     def fit_all(X, Y):
28         for i, j in comb_n_2(len(X)):
29             a = (Y[j] - Y[i]) / (X[j] - X[i])
30             b = Y[j] - a * X[j]
31             yield i, j, a, b, sum(abs(Y - (a * X + b)))
32     return min(fit_all(X, Y), key = lambda i:i[4])
33
34 #-----
35 # Exemplification
36 if __name__ == '__main__':
37     # Interpolation
38     from numpy import array
39     X_737 = array([-4.30, -15.90, -10.70, 2.10])
40     Y_737 = array([ 1.92, 3.47, 3.47, 3.05])
41     X_739 = array([-15.30, -26.90, -21.70, -8.90])
42     Y_739 = array([ 2.81, 3.85, 3.40, 1.99])
43
44     a1, b1 = lad(X_737, Y_737)[2:4]
45     YFIT_737 = a1 * X_737 + b1
46
47     a2, b2 = lad(X_739, Y_739)[2:4]
48     YFIT_739 = a2 * X_739 + b2
49
50     # Calcul de la consommation
51     from numpy import frompyfunc
52     positivate = frompyfunc(lambda x: max(x, 0), 1, 1)
53     c = sum(positivate(a1 * X_737)) * 1000
54
```

```

55 # Production du graphe
56 from matplotlib import pyplot
57 f = pyplot.figure()
58 p = f.add_subplot(111)
59
60 p.set_title(u'Consommation\xe9lectrique ,\u00e0 hiver 2009-2010')
61 p.set_ylabel(u'Consommation (MWh)')
62 p.set_xlabel(u'Gradient de temp\xe9rature moyen t (\xb0C)')
63 p.plot(X_737, Y_737, 'ro')
64 p.plot(X_737, YFIT_737, 'r', label = '737 Avenue Outremont')
65 p.plot(X_739, Y_739, 'bo')
66 p.plot(X_739, YFIT_739, 'b', label = '739 Avenue Outremont')
67
68 p.text(-8, 3.3, u'%.3f + %.3f' % (a1, b1))
69 p.text(-27, 3, u'%.3f + %.3f' % (a2, b2))
70 p.text(-14, .1, u'Chauffage estim\xe9 du garage : %d kWh' % c)
71 p.set_ylim(0, 5)
72 p.legend()
73 pyplot.show()
74
75 #
76 # That's all, folks!

```

Ce script est disponible au téléchargement ⁷.

B Autres liens

L'ensemble des éléments de ce document, incluant le source L^AT_EX, sont disponible en ligne ⁸.



7. Lien à `lad.py`

8. Lien à l'ensemble des composantes de ce document